Zadania z matematyki - zestaw 3

1. W ciągu arytmetycznym $a_3 = 4$, $a_7 = 16$. Obliczyć: a_1, r i S_{10}.

2. Dany jest ciąg arytmetyczny: $3, 7, 11, 15, 19, \ldots$ Ile początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu daje sumę równą 820?

3. Wyznaczyć ciąg geometryczny, w którym $a_2 = 4$, $a_5 = \frac{1}{2}$. Obliczyć sumę sześciu początkowych wyrazów tego ciągu.

4. Suma logarytmów o podstawie 3 trzech pierwszych wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi 3. Znajdź sumę wyrazów tego ciągu wiedząc, że pierwszy jego wyraz jest równy 9.

5. Znaleźć granicę

$$\lim_{n\to\infty} a_n$$

jeżeli:

5.1) $a_n = \frac{n}{n+1}$,

5.2) $a_n = \frac{(n+1)(n+3)}{3n^2+5}$,

5.3) $a_n = \frac{2n^3-4n^2-1}{6n+3n^2-n^3}$,

5.4) $a_n = \frac{\sqrt{1+2n^2}-\sqrt{1+4n^2}}{n}$,

5.5) $a_n = \frac{\sqrt{n^2+4}}{3n-2}$,

5.6) $a_n = \frac{n}{\sqrt[3]{8n^3-n}-n}$,

5.7) $a_n = \frac{1}{\sqrt{4n^2+7n}-2n}$,

5.8) $a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n}$,

5.9) $a_n = 3n - \sqrt{9n^2+6n-15}$,

5,10) $a_n = \frac{4^{n-1}-5}{2^{2n}-7}$,

5.11) $a_n = \frac{3\cdot 2^{2n+2}-10}{5\cdot 4^{n-1}+3}$,

5.12) $a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \frac{2^{n+1}-1}{3^{n+1}-1}$,

5.13) $a_n = \sqrt[n]{3^n+2^n}$,

5.14) $a_n = \left(1+\frac{2}{n}\right)^n$,

5.15) $a_n = \left(1-\frac{3}{n}\right)^n$,

5.16) $a_n = \left(\frac{n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^2}$,

5.17) $a_n = \left(1 - \frac{4}{n}\right)^{-n+3}$,

5.18) $a_n = \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n + \sqrt{n}}$,

5.19) $a_n = 2^{-n} \cdot a \cdot \cos(n\pi)$,

5.20) $a_n = \frac{n \cdot \sin(n!)}{n^2+1}$,

5.21) $a_n = \frac{1}{2n} \cos(n^3) - \frac{3n}{6n+1}$,

5.22) $a_n = n \cdot (\ln(n+1) - \ln(n))$,

5.23) $a_n = \frac{\ln(1+\frac{3}{n})}{\frac{1}{n}}$,

5.24) $a_n = \frac{\log_2(n^5)}{\log_8(n)}$,

5.25) $a_n = \frac{9^{\log_3(n)}}{4^{\log_2(n)}}$,

5.26) $a_n = \frac{n!}{n^n}$,

5.27) $a_n = \frac{2^n \cdot 3^{2n}}{n!}$.