

Zestaw XII Całki nieoznaczone cz.1

1. Sprawdź poprzez zróżniczkowanie, czy prawdziwa jest równość:

- a.  $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \sqrt{1+x^2} + C$
- b.  $\int \frac{x}{x^2+1} dx = \ln(x^2+1) + C$
- c.  $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx = 2 \ln(e^x+1) + C$
- d.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx = \tg x - \ctg x + C$

2. Wyznacz następujące całki:

- a.  $\int \frac{x \sin 2x + \sqrt[3]{x} \cos x}{x \cos x} dx$
- b.  $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$
- c.  $\int \frac{4x - 3\sqrt{x}}{x} dx$
- d.  $\int (e^x - 7 \cos x) dx$
- e.  $\int \frac{3x^4 + 5x^2 - 6}{x^2} dx$
- f.  $\int \frac{2x \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}}{4x \sqrt[4]{x}} dx$
- g.  $\int \frac{1-x}{\sqrt{x}-1} dx$
- h.  $\int \frac{x^2+2}{x^2+1} dx$
- i.  $\int \frac{2x \sin^2 x + 1}{\sin^2 x} dx$
- j.  $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$
- k.  $\int (\tg^2 x + 1) dx$
- l.  $\int \frac{2x+3}{x^2-5} dx$
- m.  $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x} dx$

3. Stosując całkowanie przez części wyznacz:

- a.  $\int x e^x dx$
- b.  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
- c.  $\int x \ln x dx$
- d.  $\int x^2 \cos x dx$
- e.  $\int x \sin x dx$
- f.  $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$
- g.  $\int x \arctg x dx$
- h.  $\int \arcsin x dx$
- i.  $\int \cos(\ln x) dx$
- j.  $\int \ln^2 x dx$
- k.  $\int x e^{2x} dx$
- l.  $\int e^x \sin x dx$
- m.  $\int \sqrt{1-x^2} dx$
- n.  $\int x^2 e^{3x} dx$
- o.  $\int x \sin x \cos x dx$
- p.  $\int e^{-x} \cos \frac{x}{2} dx$
- r.  $\int x \ln^2 x dx$
- s.  $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$

4. Dobierając odpowiednie podstawienie wyznacz:

- a.  $\int (5x+3)^3 dx$
- b.  $\int \frac{dx}{2x-5}$
- c.  $\int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx$
- d.  $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2+\cos^2 x}} dx$
- k.  $\int x^2 \sqrt{2x^3-3} dx$
- l.  $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+2 \cos x}}$
- m.  $\int x e^{x^2} dx$
- n.  $\int \sin x \cos x dx$

$$\text{e. } \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$\text{f. } \int \frac{e^{2x}}{e^x - 1} dx$$

$$\text{g. } \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$$

$$\text{h. } \int \frac{dx}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\text{i. } \int \frac{2x dx}{x^4 + 3}$$

$$\text{j. } \int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$$

5. Oblicz podane całki:

$$\text{a. } \int |\sin x| dx, x \in \left[ \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\text{b. } \int |x^2 - x| dx$$

$$\text{c. } \int \ln(1 + |x|) dx$$

$$\text{o. } \int x \sqrt{x-3} dx$$

$$\text{p. } \int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$$

$$\text{r. } \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 2}}$$

$$\text{s. } \int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{t. } \int (\arcsin x)^2 dx$$