

Zadania z matematyki - zestaw 6

1. Obliczyć pochodne następujących funkcji:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{13}{5}x^5 - 2x^6$

b) $y = \frac{4}{x^3}$

c) $y = 9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$

d) $y = 3x^{7/3} - 4x^{13/4} + \frac{4}{7}x^{-1/2} + 7^{3/2}$

e) $y = \sqrt{x} - \frac{5}{6}\sqrt[5]{x^3} - 2\sqrt{x^3}$

f) $y = \frac{5}{2x^2 - 5x + 1}$

g) $y = \frac{5x^2 + x - 2}{x^2 + 7}$

h) $y = \frac{3}{(1-x^2)(1-2x^3)}$

i) $s = \left(7t^2 - \frac{4}{t} + 6\right)^6$

j) $y = \frac{1}{\sqrt[4]{(x-1)^3}}$

k) $v = \frac{z}{\sqrt{a^2 - z^2}}$

l) $z = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 7x + 12}}$

m) $v = \cos \frac{t}{a}, \quad a \neq 0$

n) $x = a \sin bt$

o) $s = \sin^2 3t$

p) $s = \frac{\sin t + \cos t}{2 \sin 2t}$

q) $y = \frac{3 \cos^2 x}{\sin^3 x}$

r) $y = e^{3x}$

s) $y = 3e^{-2x} g(x)$

t) $y = e^{\cos^2 x}$

u) $y = 5^x + 2^x$

v) $y = 5 \cdot 10^{3x}$

w) $y = 5 \ln 10x$

x) $s = \ln \sqrt{\frac{1+t}{1-t}}$

y) $y = \log_x a, \quad \text{wskazówka: } \log_x a = \frac{\ln a}{\ln x}$

z) $y = x^{5x}$

2. Znaleźć drugą i trzecią pochodną funkcji:

a) $y = \sqrt[5]{x^3}$

b) $y = \frac{1+x}{1-x}$

c) $y = \sin(1-3x)$

d) $y = \sin x \cos x$

e) $s = 3t - t^4$

3. Obliczyć pochodną $\frac{dy}{dx}$ funkcji określonej równaniami parametrycznymi:

a) $x = a \cos t, \quad y = b \sin t$

b) $x = \frac{t^2}{t-1}, \quad y = \frac{t}{t^2-1}$

c) $x = a \cos^3 t, \quad y = a \sin^3 t$

d) $x = a \ln t, \quad y = \frac{a}{2} \left(t + \frac{1}{t} \right)$

e) $x = (e^{at} - 1)^2, \quad y = (e^{at} - 1)^3$

f) $x = \cos \phi + \phi \sin \phi, \quad y = \sin \phi - \phi \cos \phi$